EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Anul școlar 2023-2024

Test de antrenament

Matematică

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I și SUBIECTUL al II-lea

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**b)**	**5p**
3.	**a)**	**5p**
4.	**a)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**a)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**d)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**c)**	**5p**
4.	**b)**	**5p**
5.	**c)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a) Da**, este posibil.	**1p**

	De exemplu, $210 = 50 + 160 = 1 \cdot 50 + 8 \cdot 20$, deci casierul poate da restul de 210 printr-o bancnotă de 50 lei și 8 bancnote de 20 lei.	**1p**
	b) Observăm că $10 \cdot 2n = 20 \cdot n = \underbrace{20 + 20 + \cdots + 20}_{n}$, pentru orice $n \geq 1$. De asemenea $10 \cdot (2n + 1) = 20 \cdot n + 10 = \underbrace{20 + 20 + \cdots + 20}_{n-2} + 50$, pentru orice $n \geq 2$. Asfel putem da orice rest prin aceste metode, cu excepția resturilor de 10 lei, respectiv 30 de lei. Restul de **10 lei** nu poate fi dat, deoarece cea mai mică bancnotă disponibilă este de 20 de lei. Restul de **30 de lei** nu poate fi dat, deoarece 30<50 și 30 nu se împarte exact la 20.	**1p** **1p** **1p**
2.	**a)** $a = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{18}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{6} + \frac{2-\sqrt{3}}{1} \cdot \frac{1}{3}$ $= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2-\sqrt{3}}{3} = \mathbf{\frac{2}{3}}$	**1p** **1p**
	b) $\frac{2}{3} = 0,(6) = 0,666$ ... care se rotunjește la ordinul sutelor la $\mathbf{0,67.}$	**3p**
3.	**a)** $E(x) = (x + 3) \cdot (x - 3) + (x - 3) \cdot (x + 1) + (x + 1)^2$ $= x^2 - 9 + x^2 - 2x - 3 + x^2 + 2x + 1 = \mathbf{3x^2 - 11}$	**1p** **1p**
	b) Căutăm o valoare a lui $x > 3$ pentru care $E(x) = 136$ dam^2. $3x^2 - 11 = 136 \Rightarrow 3x^2 = 147 \Rightarrow x^2 = 49$. $x = 7$ dam= **70 metri.**	**1p** **1p** **1p**
4.	**a)** Lungimea unui semicerc interior este de 25π m, iar lungimea unui semicerc exterior este de 35π m. Cum $AB = CD = EF = GH = 100$ m, deducem că lungimea interioară a pistei este $200 + 50\pi$ m, iar lungimea exterioară a pistei este $200 + 70\pi$. Așadar diferența căutată este $\mathbf{20\pi}$ **m.**	**1p** **1p**
	b) Aria pistei este formată din $2A_{AEFB} = 2 \cdot 10 \cdot 100 = 2.000$ m^2 și de două ori diferența ariilor celor două jumătăți de disc, adică $2 \cdot \pi \cdot \frac{35^2-25^2}{2} = 600 \cdot \pi$ m^2. Deci aria pistei este $2.000 + 600\pi$ m^2. Costul asfaltării va fi: $60 \cdot 2.000 + 36.000 \cdot \pi \approx 120.000 + 36.000 \cdot 3,14 = 120.000 + 113.040 = \mathbf{233.040}$ **lei**.	**1p** **1p** **1p**
5.	**a)** Notăm cu E și F picioarele perpendicularelor din C și D pe AB, $x = AF$, $y = BE$, $CE = DF = h$. Se deduce ușor că $x + y = 11 - 4 = 7$ cm. Aplicând *Teorema lui Pitagora* în triunghiurile BEC și AFD vom obține că $x^2 + h^2 = 25$ și $y^2 + h^2 = 32$. Scăzând aceste relații găsim că $7 = y^2 - x^2 = (x + y)(y - x) = 7 \cdot (y - x) \Rightarrow y - x = 1$. Se obține $x = 3$ și $y = 4$. Astfel din $x^2 + h^2 = 25 \Rightarrow \boldsymbol{h} = \mathbf{4}$ **cm.**	**1p** **1p**
	b) Aplicând aria triunghiului în două moduri în ΔABC obținem că $A_{ABC} = \frac{CE \cdot AB}{2} = \frac{4 \cdot 11}{2} = 22$ cm^2. Totodată $A_{ABC} = \frac{BC \cdot dist(A,BC)}{2} = \frac{4\sqrt{2} \cdot dist(A,BC)}{2} = 22$.	**1p** **1p** **1p**

	Așadar $\boldsymbol{ist(A,BC)=\frac{11}{\sqrt{2}}=\frac{11\sqrt{2}}{2}}$.	
6.	**a)** Notăm cu M,N,P mijloacele laturilor BC,VC și respectiv VB. Astfel $G_1\in AM, G_2\in AN$ și $G_3\in AP$ și $\frac{G_1A}{G_1M}=\frac{G_2A}{G_2N}=\frac{G_3A}{G_3P}=2$, fiind centre de greutate. Din *Reciproca Teoremei lui Thales* deducem că $G_1G_2 \parallel MN$ și $G_1G_3 \parallel MP$. Cum $MN,MP\subset(VBC)$ iar $G_1G_2, G_1G_3\subset(G_1G_2G_3)$ sunt două perechi de drepte concurente din acele plane, vom deduce că $(G_1G_2G_3)\parallel(VBC)$.	**1p** **1p**
	b) Deoarece $G_1G_2\parallel MN$, deducem că $\sphericalangle(G_1G_2,BC)=\sphericalangle(MN,BC)$. Din *Teorema liniei mijlocii* știm că $MN\parallel VB$. Deci $\sphericalangle(G_1G_2,BC)=\sphericalangle(VB,BC)=\sphericalangle VBC$. În ΔVBM, dreptunghic în M avem $\cos\sphericalangle(VBC)=\frac{MB}{VB}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Deci $\boldsymbol{\sphericalangle VBC=30^\circ}$.	**1p** **1p** **1p**